Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Факультет комп’ютерних наук

**КУРСОВА РОБОТА**

з дисципліни «Теорія алгоритмів»

Тема: Задача про хід коня

Виконав студент 2 курсу

Групи КС-21

Клочко Андрій Володимирович

Перевірив:

доц. Щебенюк В.С

Харків – 2020

ЗМІСТ

[ВСТУП 3](#_Toc56873762)

[РОЗДІЛ 1 ХІД КОНЯ 4](#_Toc56873763)

[1.1 Для тих, хто не знайомий з шахами 4](#_Toc56873764)

[1.2 Загальні відомості задачі про хід коня 4](#_Toc56873765)

[1.3 Зв’язок задачі про хід коня з теорією графів 5](#_Toc56873766)

[1.4 Види маршрутів ходу коня 5](#_Toc56873767)

[РОЗДІЛ 2 МЕТОДИ ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ ПРО ХІД КОНЯ 7](#_Toc56873768)

[2.1 Основні методи вирішення задачі про хід коня 7](#_Toc56873769)

[2.2 Метод Ейлера 7](#_Toc56873770)

[2.3 Метод Вандермонда 11](#_Toc56873771)

[2.4 Метод Варнсдорфа 11](#_Toc56873772)

[РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ 12](#_Toc56873773)

[ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАНЬ 13](#_Toc56873774)

# ВСТУП

**Об’єкт** – Задача про хід коня.

**Предмет** – Методи вирішення задачі про хід коня. Алгоритмічні методи вирішення задачі про хід коня.

**Мета** – Дослідити методи вирішення задачі про хід коня. Порівняти між собою методи вирішення Ейлера, Вандермонда, Варнсдорфа та програмно реалізувати і порівняти метод повного перебору та метод Варнсдорфа.

# РОЗДІЛ 1 ХІД КОНЯ

## 1.1 Для тих, хто не знайомий з шахами

Для людини, яка не знайома з шахами, кінь ходить два квадрати горизонтально та один квадрат вертикально, або два квадрати вертикально та один квадрат горизонтально. В простолюдді буквою кінь ходить «буквою Г» (англ. версія «L»). Приклад ходу коня показано на рисунку 1.1.1.

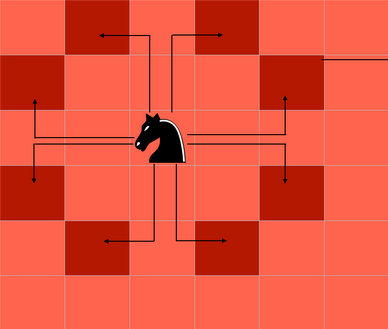


Рисунок 1.1.1 – Приклад ходу коня в шахах

## 1.2 Загальні відомості задачі про хід коня

Дуже велика кількість математичних задач і головоломок виникає при появі на дошці шахових фігур. Серед завдань, пов'язаних з їх маршрутами, найзнаменитішою є задача про хід коня.

Вона формулюється наступним чином: «Обійти конем всі клітинки шахівниці, займаючи кожне з них рівно один раз»

Особлива популярність завдання пояснюється тим, що у XVIII і XIX століттях нею займалися багато математиків, в тому числі великий Леонард Ейлер, який присвятив їй мемуари "Розв’язання одного цікавого питання, який, здається, не підпорядковується жодному дослідженню". Хоча задача була відома і до Ейлера, лише він вперше звернув увагу на її математичну сутність, і тому завдання часто пов'язують з його ім'ям [1].

## 1.3 Зв’язок задачі про хід коня з теорією графів

З точки зору теорії графів завдання про хід коня є окремим випадком важливої проблеми – знаходження Гамільтонового шляху у графі, тобто шляху, що проходить через всі його вершини по одному разу. Цим і пояснюється популярність завдання про хід коня в літературі з теорії графів, при цьому розглядається «граф коня» (рис. 1.3.1).

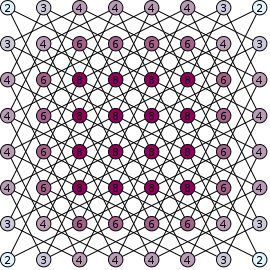


Рисунок 1.3.1 – Граф зв’язків між чарунками шахівниці

Завдання знаходження Гамільтонового шляху в графі є, у свою чергу, окремим випадком так званої задачі комівояжера, до якої зводяться найрізноманітніші завдання одного з найважливіших розділів прикладної математики – дослідження операцій. Потрібно знайти найкоротший шлях комівояжера, за яким він повинен об'їхати ряд міст (пов'язаних між собою деяким числом доріг), відвідавши кожен з них по одному разу. Звичайно, перш за все тут виникає питання, чи може комівояжер взагалі об'їхати всі міста з одноразовим відвідуванням кожного з них. Таким чином, можна вважати, що курсова робота присвячена подорожам по шахівниці «коня-комівояжера» [2].

## 1.4 Види маршрутів ходу коня

Бувають два види маршрутів ходу коня:

1. Замкнуті
2. Незамкнуті

При замкнутому проході коня потрібно відвідати всі поля шахівниці, після чого повернутися в початкове поле. Замкнуті маршрути існують на дошках для всіх парних сторін дошки .

Незамкнутий варіант відрізняється від замкнутого тим, що в ньому не потрібно повертатися в початкову позицію. Незамкнуті маршрути існують на квадратних дошках для всіх .

# РОЗДІЛ 2 МЕТОДИ ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ ПРО ХІД КОНЯ

## 2.1 Основні методи вирішення задачі про хід коня

Існує доволі багато різних методів вирішення цієї задачі, але в своїй курсовій роботі я хотів би зупинитися на трьох основних методах, а саме:

1. Метод Ейлера
2. Метод Вандермонда
3. Метод Варнсдорфа

## 2.2 Метод Ейлера

Ейлер починав з випадкового переміщення коня над дошкою, поки доступних ходів більше не ставало. Останні клітинки, які не потрапили під хід коня він помічав їх як a,b,…. Його метод полягав у встановленні певних правил, за якими ці мічені клітини можуть бути вставлені на хід коня, і також правила для повторного введення рішення. Також метод Ейлера дозволяє зробити за незамкнутого шляху коня, зробити замкнутий за допомогою деяких перетворень, які ми розглянемо трішки пізніше [3].

Візьмемо приклад шляху, утвореного конем, з чотирма клітинками, що залишилися порожніми. Позначимо ці клітинка як a, b, c, d (рис. 2.2.1).

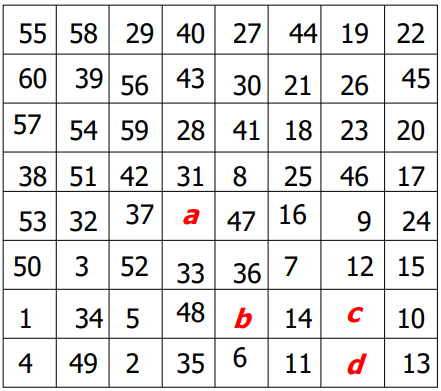


Рисунок 2.2.1 – Незавершений шлях коня

Нам потрібно переробити незавершений шлях від 1 до 60 в завершений замкнутий тур коня.

З клітинки 1 можна піти в клітинку p, де p дорівнює 32, 52 або 2. З клітинки 60 можна піти в клітинку q, де q дорівнює 29, 59 або 51.

Якщо будь-яке зі значення p та q відрізняється на 1, ми можемо переробити шлях.

В нашому випадку p=52, q=51. Тому числа від 52 до 60 включно записуємо на дошці в оберненому порядку (рис 2.2.2). Як результат, маємо незавершений замкнутий шлях від 1 до 60.

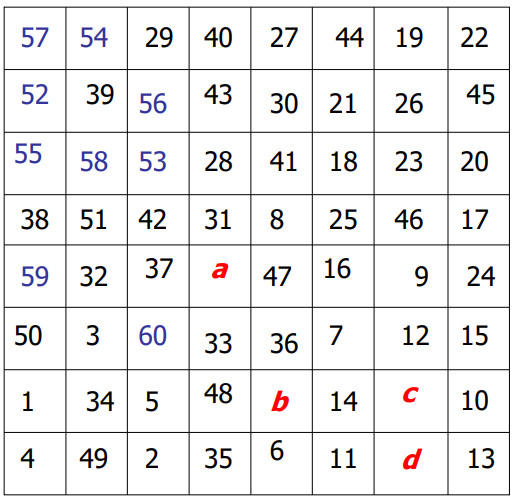


Рисунок 2.2.2 – Перетворення маршруту в незавершений замкнутий

Наступним кроком потрібно додати клітинки a, b, c, d до нашого маршруту.

В новому шляху, чарунка 60 посилається на чарунки 51, 53, 41, 25, 7, 5, або 3.

Не важливо яку з цих клітино ми візьмемо, але краще взяти клітинку 51, щоб вже з неї продовжити шлях в a, b та d.

Щоб це зробити, нам потрібно збільшити кожне число в клітинці на різницю останньої клітинки з обраною нами, отже 60 - 51 = 9 (рис. 2.2.3).

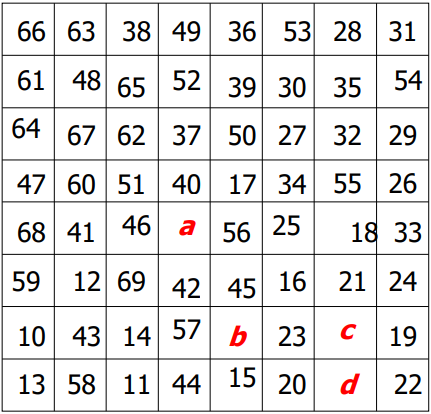


Рисунок 2.2.3 – Збільшенні на 9 всі числа

Тепер заміняємо всі числа від 61 до 69 на числа від 1 до 9 включно, що в результаті дасть нам шлях від 1 до 60, в якому ми можемо продовжити свій хід в клітинки a, b, d (рис 2.2.4).

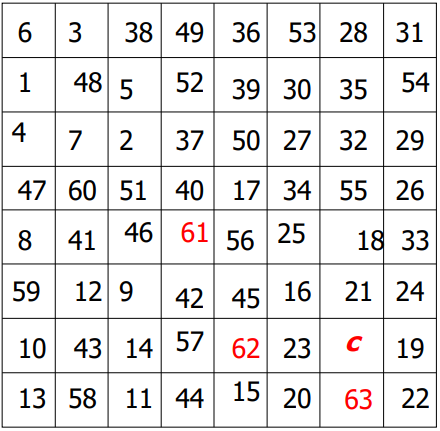


Рисунок 2.2.4 – Залучення клітинок a, b, d до шляху коня

Нам залишається залучити клітинку c до нашого шляху.

Клітинка c посилається на клітинку 25, а клітинка 63 на 24. Ми можемо використати метод, яким користувались раніше щоб знову переробити шлях від 63 до 25 задом наперед. В результаті ми отримуємо хід до клітинки с та повний незамкнутий маршрут коня (рис. 2.2.5).

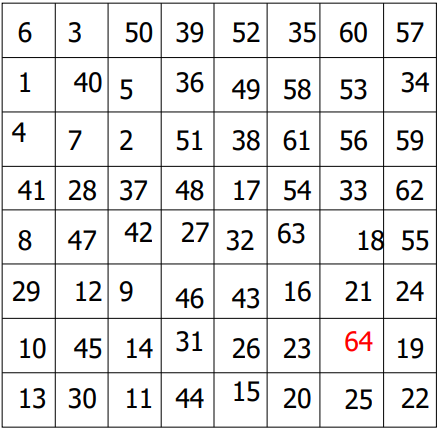


Рисунок 2.2.5 – Повний незамкнутий маршрут коня

Як вже раніше згадувалося, метод Ейлера дозволяє зробити замкнутий шлях з незамкнутого. Для прикладу візьмемо незамкнутий маршрут коня на рисунку 2.2.5.

Нам потрібно зробити чарунку 64 ближче до чарунки 1. Зробимо це за допомогою чарунки 28 яка посилається на чарунку 1 та 27.

Запишемо шлях від 1 до 27 задом наперед (рис. 2.2.6).

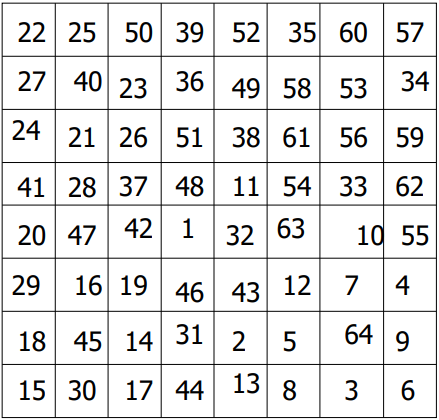


Рисунок 2.2.6 – Шлях від 1 до 27 задом наперед

З чарунки 1 можна піти в чарунки 26, 38, 54, 12, 2, 14, 16, 28. З чарунки 64 можна піти в чарунки 13, 43, 64, 55.

Чарунки 13 та 14 підходять нам через те, що у них різниця дорівнює 1. Отже записуємо хід від чарунки 1 до чарунки 13 задом наперед та отримуємо замкнутий шлях (рис. 2.2.7) [4].

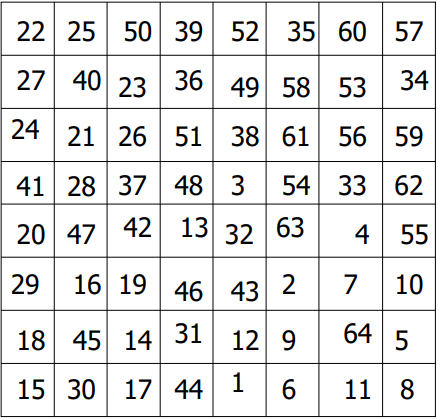


Рисунок 2.2.7 – Повний замкнутий шлях коня

## 2.3 Метод Вандермонда

## 2.4 Метод Варнсдорфа

Правило Варнсдорфа формулюється так: наступний хід коня потрібно робити на клітинку, звідки існує найменша кількість можливих ходів. Якщо клітинок з однаковою кількістю ходом декілька, то можна вибрати будь-яку.

На практиці це реалізується, наприклад, наступним чином. Перед кожним ходом коня визначається «рейтинг» найближчих доступних полів, на яких кінь ще не побував, і на які він може перейти за один хід. Рейтинг поля визначається числом найближчих доступних з нього полів. Чим менше рейтинг, тим він краще. Потім робиться хід на поле з найменшим рейтингом (на любому з таких, якщо їх кілька), і так далі, покаже куди ходити.

Цей алгоритм відноситься до класу жадібних алгоритмів з евристичним методом вирішення.

Евристика завжди працює на дошках від 5x5 до 76x76 клітинок, при більших розмірах дошки, може зайти в глухий кут. Крім того, базуючись на правилах алгоритму, не дає всіх можливих рішень (тобто ходів коня) [5].

# РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ

# ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАНЬ

1. Knight’s tour // wikipedia. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Knight%27s\_tour. Дата звернення: 13.11.2020.
2. Задача о ходе коня. Связь задачи о ходе коня с теорией графов. URL: https://forany.xyz/a-16?pg=8. Дата звернення: 13.11.2020.
3. Rediscovery of the Knight's Problem. Euler 1759. URL: https://www.mayhematics.com/t/1b.htm. Дата звернення: 19.11.2020.
4. Colleen Raimondi. Презентація: The Knight’s Tour. Euler’s Method. URL: http://academics.smcvt.edu/jellis-monaghan/combo2/Archive/Combo%20s03/special%20topics%2003/The%20Knights%20Tour.ppt. Дата звернення: 19.11.2020
5. Обход доски шахматным конём. Правило Варнсдорфа. URL: http://algolist.manual.ru/maths/combinat/knight.php. Дата звернення: 13.11.2020.